

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{3}(2 - \sqrt{3}) + 3 = \sqrt{12}$.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 1$. Determinați numerele naturale a pentru care $f(a) > g(a)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+2} \cdot 2^{x+1} + 2 \cdot 6^x = 120$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale nenule mai mici decât 114, acesta să fie divizibil cu 4.
- 5p 5. Determinați numărul real a , știind că punctul $M(a, 15)$ aparține dreptei d de ecuație $y = 3x + 2a$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , cu $AB = 3$, $AC = 4$ și înălțimea AD , unde punctul D aparține laturii BC . Arătați că $\sin \angle BAD = \frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - x - y + 1$.

- 5p 1. Arătați că $(-1) \circ (-1) = 5$.
- 5p 2. Demonstrați că $x \circ y = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(y - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Arătați că $e = 1$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.
- 5p 4. Arătați că $x \circ \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \circ x = \frac{1}{2}$, pentru orice număr real x .
- 5p 5. Calculați $\frac{1}{3} \circ \frac{2}{4} \circ \frac{3}{5} \circ \dots \circ \frac{2020}{2022}$.
- 5p 6. Determinați numărul real strict pozitiv x , pentru care $\left(\log_2 x + \frac{1}{2}\right) \circ \left(\log_3 x + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ și $M(a) = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- 5p 1. Arătați că $A \cdot A = 4I_2$.
- 5p 2. Arătați că $aI_2 + A = M(a)$, pentru orice număr real a .
- 5p 3. Arătați că $M(2) \cdot M(4) = 6M(2)$.
- 5p 4. Determinați perechile (a, b) de numere naturale pentru care $M(a) \cdot M(b) = 7 \cdot I_2 + 4 \cdot A$.
- 5p 5. Determinați numărul natural k pentru care $\det(M(k+2)) \leq 0$.
- 5p 6. Determinați numărul real a , $a < -2$, știind că inversa matricei $M(a)$ este matricea $M(a) - 2 \cdot A$.