

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianța 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $8 - 6\sqrt{6} + 6(\sqrt{6} - 1) = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $(f \circ f)(0) = 4$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3 \cdot 2^{2x} + 4^x = 4$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor divizor al numărului 6.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y = 3x - 2$ și punctul $A(a, a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că punctul A aparține dreptei d .
- 5p 6. Se consideră triunghiul isoscel ABC , cu $AB = 10$ și $\cos A = 0$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 50.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & -x & x^2 \\ 0 & 1 & -2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 1$.
- 5p b) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numărul natural n pentru care $A(n) \cdot A(n+1) \cdot A(n+2) \cdot A(n+3) = A(2n^2)$.
2. Pe mulțimea $M = [0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \frac{2x}{y+2} + \frac{2y}{x+2}$.
- 5p a) Arătați că $1 * 0 = 1$.
- 5p b) Arătați că $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p c) Determinați $x \in M$, x nenul, pentru care $x * \frac{4}{x} = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 + \frac{x}{e^x - x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{e^x(1-x)}{(e^x - x)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p c) Demonstrați că, pentru orice $m \in (1, 2]$, ecuația $f(x) = m$ are soluție unică.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - x + \sqrt{x^2 + 9}$.

5p a) Arătați că $\int_1^5 \left(f(x) - \sqrt{x^2 + 9} \right) dx = 0$.

5p b) Arătați că $\int_0^4 \frac{x}{f(x) + x - 3} dx = 2$.

5p c) Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{f(x)} dx$. Demonstrați că
 $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$.