

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.

• Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $2\lg 100 + \lg 2 + \lg 5 = 5$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 6$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) + f(3a) = 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{3x} \cdot 5^2 = 5^x$.
- 5p** 4. Determinați câte submulțimi cu două elemente, ambele numere pare, are mulțimea $A = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$ și $B(3,0)$. Determinați coordonatele punctului C pentru care $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB}$.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu aria egală cu 18 și $B = \frac{\pi}{4}$. Arătați că $AB = 6$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $M(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x+2 & x \\ 0 & 2x & x+2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(M(1)) = 7$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $M(x) \cdot M(2) = M(x-1)$.
- 5p** c) Determinați numerele naturale n pentru care $2\det(M(n)) \leq \det(M(2n))$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 - aX + 2a$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $f(2) = 0$, pentru orice număr real a .
- 5p** b) Pentru $a = 1$, arătați că polinomul f este divizibil cu polinomul $g = X + 1$.
- 5p** c) Determinați $a \in (0, +\infty)$ pentru care $|x_1| + |x_2| + |x_3| = 8$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(2x - 4) + x^2 - 2x + 4$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 2(x-1)(e^x + 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - e^x} = 4$.
- 5p** c) Arătați că ecuația $f(x) = 0$ are exact două soluții.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4x}{3x^2 + 1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_3^4 f(x)(3x^2 + 1)dx = 14$.

5p	b) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = \frac{4}{3} \ln 2$.
5p	c) Arătați că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{4 \ln x}{f(x)}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$ este egală cu $\frac{3e^2 + 5}{4}$.