

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul b_1 al progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, în care $b_2 = 20$ și $b_3 = 100$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x + 3$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x - 3$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = g(a)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x \cdot 3^3 = 3^{x+2}$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de două cifre, $\sqrt{n}$ să fie număr natural par.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(6,2)$ și $C(4,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care dreptele AC și OB sunt paralele.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu aria egală cu 32 și $BC = AB\sqrt{2}$. Arătați că $AC = 8$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x) = \begin{pmatrix} 2x & 3x & -3 \\ -x & -2x & 1 \\ 0 & 0 & x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(M(0)) = 0$.
- 5p** b) Arătați că $M(x) \cdot M(y) - xyI_3 = (x+y+1)M(0)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați numărul real x pentru care $M(1) \cdot M(x) - M(2) \cdot M\left(\frac{x}{2}\right) = 2M(0)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 5(x-1)(y-1) + 1$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 3 = 1$.
- 5p** b) Arătați că $e = \frac{6}{5}$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** c) Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $\frac{m}{25}$ este simetricul elementului n în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x-2+\ln x}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{3-\ln x}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{\ln x} = 3$.
- 5p** c) Determinați cel mai mare număr întreg m pentru care ecuația $f(x) = m$ are cel puțin o soluție.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+4}{e^x}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^2 f(x) e^x dx = 10$.

- | | |
|-----------|--|
| 5p | b) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = 5 - \frac{6}{e}$. |
| 5p | c) Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{f(x)} dx$. Arătați că $I_{n+1} + 4I_n \leq \frac{e}{n+1}$, pentru orice număr natural nenul n . |