

**Examenul național de bacalaureat 2025**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{mate-info}}$**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 5**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |          |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1. | $2(\log_5 10 - \log_5 2) + \log_5 25 = 2\log_5 5 + \log_5 5^2 =$<br>$= 2 \cdot 1 + 2 = 4$                                                                                                                                                                                                           | 3p<br>2p |
| 2. | $f(2+m) = m-2$ , pentru orice număr real $m$<br>$m-2 = 2-m$ , de unde obținem $m = 2$                                                                                                                                                                                                               | 2p<br>3p |
| 3. | $2^{2x+1} = 2^7$ , de unde obținem $2x+1 = 7$<br>$x = 3$                                                                                                                                                                                                                                            | 3p<br>2p |
| 4. | Cifra unităților se poate alege într-un singur mod<br>Cifra sutelor se poate alege în 5 moduri și, pentru fiecare alegere a cifrei sutelor, cifra zecilor se poate alege în câte 4 moduri, deci sunt $1 \cdot 5 \cdot 4 = 20$ de numere                                                             | 2p<br>3p |
| 5. | $m_{BC} = 3$ , deci $m_d = 3$<br>Ecuația dreptei $d$ este $y-1 = 3(x-0)$ , adică $y = 3x+1$                                                                                                                                                                                                         | 3p<br>2p |
| 6. | $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ , $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$<br>$E\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ | 3p<br>2p |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|      |                                                                                                                                                                                                                                                       |          |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1.a) | $A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} =$<br>$= 1 + 0 + 2 + 4 - 4 - 0 = 3$                                            | 2p<br>3p |
| b)   | $\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a & 1 & -2 \\ 0 & a & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = a^2 + 2$ , pentru orice număr real $a$<br>$a^2 + 2 \neq 0$ , pentru orice număr real $a$ , deci sistemul de ecuații are soluție unică, pentru orice număr real $a$ | 3p<br>2p |
| c)   | $y_0 = \frac{12-3a}{a^2+2}$ , pentru orice număr real $a$<br>$\frac{12-3a}{a^2+2} \geq 1$ , de unde obținem $a \in [-5, 2]$                                                                                                                           | 3p<br>2p |
| 2.a) | $6 \cdot 7 = 4 - \frac{1}{2}(6-4)(7-4) =$<br>$= 4 - 3 = 1$                                                                                                                                                                                            | 3p<br>2p |

|           |                                                                                                                                                                                                 |           |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>b)</b> | $x * (x + 4) = 4 - \frac{1}{2}(x - 4)x$ , pentru orice număr real $x$                                                                                                                           | <b>2p</b> |
|           | $4 - \frac{1}{2}(x - 4)x = 6$ , de unde obținem $x = 2$                                                                                                                                         | <b>3p</b> |
| <b>c)</b> | $m * n * p = 4 + \frac{1}{4}(m - 4)(n - 4)(p - 4)$ , pentru orice numere naturale $m, n$ și $p$                                                                                                 | <b>3p</b> |
|           | $4 + \frac{1}{4}(m - 4)(n - 4)(p - 4) = 3 \Leftrightarrow (m - 4)(n - 4)(p - 4) = -4$ și, cum $m, n$ și $p$ sunt numere naturale cu $m < n < p$ , obținem tripletele $(2, 5, 6)$ și $(3, 5, 8)$ | <b>2p</b> |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |           |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1.a)</b> | $f'(x) = \sqrt{x^2 + 2} + (x - 5) \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 2}} =$                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <b>3p</b> |
|             | $= \frac{x^2 + 2 + x^2 - 5x}{\sqrt{x^2 + 2}} = \frac{2x^2 - 5x + 2}{\sqrt{x^2 + 2}}, x \in \mathbb{R}$                                                                                                                                                                                                                                                                              | <b>2p</b> |
| <b>b)</b>   | $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ sau $x = 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <b>2p</b> |
|             | Pentru orice $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$ , $f'(x) \geq 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$ , pentru orice $x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$ , $f'(x) \leq 0$ , deci $f$ este descrescătoare pe $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ și, pentru orice $x \in [2, +\infty)$ , $f'(x) \geq 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $[2, +\infty)$ | <b>3p</b> |
| <b>c)</b>   | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 - 5x}{f(x)} \right)^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 - \frac{2}{x^2 + 2} \right)^{\frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \left( 1 - \frac{2}{x^2 + 2} \right)^{-\frac{x^2 + 2}{2}} \right)^{-\frac{x}{x^2 + 2}} =$                                                                                              | <b>3p</b> |
|             | $= e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{x}{x^2 + 2}} = e^0 = 1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <b>2p</b> |
| <b>2.a)</b> | $\int_1^2 (f(x) - \ln^2 x) dx = \int_1^2 (8x^3 + 1) dx = \left( 2x^4 + x \right) \Big _1^2 =$                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>3p</b> |
|             | $= 34 - 3 = 31$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>2p</b> |
| <b>b)</b>   | $\int_1^e \frac{f(x) - 8x^3 - 1}{x} dx = \int_1^e \ln^2 x \cdot (\ln x)' dx = \frac{\ln^3 x}{3} \Big _1^e =$                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>3p</b> |
|             | $= \frac{\ln^3 e}{3} - \frac{\ln^3 1}{3} = \frac{1}{3}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <b>2p</b> |
| <b>c)</b>   | $I_n = \int_1^{e^2} \frac{x(\ln x)^n}{1 + \ln^2 x} dx, \quad I_{n+2} + I_n = \int_1^{e^2} \frac{x(\ln x)^{n+2} + x(\ln x)^n}{1 + \ln^2 x} dx = \int_1^{e^2} x(\ln x)^n dx$ , pentru orice număr natural nenul $n$                                                                                                                                                                   | <b>3p</b> |
|             | Pentru orice $x \in [1, e^2]$ , $\ln x \leq 2$ , de unde obținem $I_{n+2} + I_n \leq 2^n \int_1^{e^2} x dx = 2^{n-1} (e^4 - 1)$                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>2p</b> |