

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $2(\log_5 10 - \log_5 2) + \log_5 25 = 4$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 4$. Determinați numărul real m pentru care $f(2+m) = 2-m$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $8^x \cdot 2^{1-x} = 2^7$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Determinați câte dintre numerele naturale de trei cifre distincte, care se pot forma cu cifre din mulțimea A , sunt divizibile cu 5.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,1)$, $B(2,0)$ și $C(4,6)$. Determinați ecuația dreptei d ce trece prin punctul A și este paralelă cu dreapta BC .
- 5p** 6. Se consideră expresia $E(x) = \operatorname{tg} x \cdot \left(\cos \frac{3x}{4}\right)^2 - \cos \frac{x}{2}$, unde $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & -2 \\ 0 & a & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax + y - 2z = 4 \\ ay + z = 1 \\ 2x + 4y + z = 4 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 3$.
- 5p** b) Arătați că sistemul de ecuații are soluție unică, pentru orice număr real a .
- 5p** c) Determinați mulțimea numerelor reale a pentru care soluția (x_0, y_0, z_0) a sistemului de ecuații verifică inegalitatea $y_0 \geq 1$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 4 - \frac{1}{2}(x-4)(y-4)$.
- 5p** a) Arătați că $6 * 7 = 1$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $x * (x+4) = 6$.
- 5p** c) Determinați tripletele (m, n, p) de numere naturale, cu $m < n < p$, pentru care $m * n * p = 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-5)\sqrt{x^2+2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{2x^2-5x+2}{\sqrt{x^2+2}}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p** c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-5x}{f(x)}\right)^x = 1$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 8x^3 + 1 + \ln^2 x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - \ln^2 x) dx = 31$.

- 5p** b) Arătați că $\int_1^e \frac{f(x) - 8x^3 - 1}{x} dx = \frac{1}{3}$.
- 5p** c) Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_1^{e^2} \frac{x(\ln x)^n}{f(x) - 8x^3} dx$. Demonstrați că $I_{n+2} + I_n \leq 2^{n-1}(e^4 - 1)$, pentru orice număr natural nenul n .