

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați termenul b_1 al progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, în care $b_3 = 40$ și $b_4 = 80$.
- 5p 2. Determinați mulțimea numerelor reale m pentru care graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + m$ intersectează axa Ox în două puncte distincte.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 63$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de două cifre, n^2 să fie număr natural de trei cifre.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(7,4)$ și C , astfel încât $\overline{AB} = 2\overline{AC}$. Determinați coordonatele punctului D pentru care $\overline{OD} = \overline{CB}$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC , cu $AB = 10$, înălțimea $AD = 8$ și distanța de la punctul D la dreapta AC egală cu $4\sqrt{2}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 56.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & -a \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & a \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax + y - az = 1 \\ 3x + y - 2z = 1 \\ x - 3y + az = -3 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = -2$.
- 5p b) Determinați mulțimea numerelor reale a pentru care sistemul are soluție unică.
- 5p c) Pentru $a = 1$, determinați soluțiile (x_1, y_1, z_1) și (x_2, y_2, z_2) ale sistemului de ecuații pentru care $y_1 = x_2$ și $z_1 = y_2$.
2. Pe mulțimea $M = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \sqrt{xy} + \frac{1}{\sqrt{xy}} + \frac{x+y}{2} - 2$.
- 5p a) Arătați că $1 * 4 = 3$.
- 5p b) Determinați $x \in M$ pentru care $x * x = 1$.
- 5p c) Demonstrați că mulțimea $[1, +\infty)$ este parte stabilă a mulțimii M în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x-2}{x+2} + \ln \frac{x+2}{x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{4(x-1)}{x(x+2)^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Determinați numerele naturale n pentru care ecuația $f(x) = n$ nu are soluții.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{2x^2 + 1}$.

5p a) Arătați că $\int_{-1}^2 (2x^2 + 1)f(x) dx = 3$.

5p b) Arătați că $\int_0^2 \sqrt{f(x)} dx = 1$.

5p c) Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{f(\sqrt{e^x})} dx$. Arătați că

$$(n+1)I_n - I_{n+1} = \frac{2(n+1)}{n+2} + \frac{1}{e}, \text{ pentru orice număr natural nenul } n.$$