

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.

• Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $3i(2+i) + 2(2-3i) = 1$, unde $i^2 = -1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 5$. Determinați numărul real a pentru care $a + f(a-1) + f(a+1) = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{1}{2} \log_2(6x-8) = \log_2 x$.
- 5p 4. Se consideră mulțimea $A = \{3, 6, 9, \dots, 60\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A , acesta să fie divizibil cu 5.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$, $B(a,0)$ și $C(1,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b pentru care $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA}$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AC = 6$ și $B = \frac{\pi}{3}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $6\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 2a-1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -a \\ 0 & 2 & 2a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(3)) = 0$.
- 5p b) Arătați că $A(a) \cdot A(a) = (2a-1)A(a)$, pentru orice număr real a .
- 5p c) Se consideră matricea $B(n) = A(n) + nI_3$, unde n este număr natural. Determinați numărul natural n pentru care $A(n) \cdot B(n) = 2n^2 A(n)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^4 - X^3 + aX^2 + bX - 6$, unde a și b sunt numere reale.
- 5p a) Pentru $a = 4$ și $b = 0$, arătați că $f(-1) = 0$.
- 5p b) Pentru $a = b = 1$, determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $g = X^2 - X + 1$.
- 5p c) Determinați perechile (a, b) de numere naturale pentru care două dintre rădăcinile polinomului f sunt numere opuse.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2\sqrt{2x^2+1} - 3\ln(2x^2+1)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{4x(\sqrt{2x^2+1}-3)}{2x^2+1}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că ecuația $f(x) = m$ are exact două soluții, pentru orice $m \in (2, +\infty)$.

2. Se consideră funcția $f : (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 + \frac{1}{x+2}$.

5p a) Arătați că $\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x+2} \right) dx = 15$.

5p b) Arătați că $\int_1^e \frac{4 \ln x}{f(x) - 4x^3} dx = e^2 + 9$.

5p c) Arătați că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g : (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$,
 $g(x) = f(e^x) - 4e^{3x}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$ este egală cu $\frac{1}{2} \ln \frac{3e}{e+2}$.