

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_2 = 6$ și $a_3 = 12$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 5$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) + f(2a) = 2$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x \cdot \frac{1}{5} = 25$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 16.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$ și $B(1,4)$. Determinați coordonatele punctului C , astfel încât punctul A este mijlocul segmentului BC .
- 5p** 6. Se consideră expresia $E(x) = \sin x + \sin \frac{3x}{2} - \cos \frac{x}{2}$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & 3-x \\ 2-x & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p** b) Arătați că $B(x) - B(0) = xA$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Arătați că matricea $C(a) = B(a) \cdot B(1) - B(a+1)$ este inversabilă, pentru orice număr întreg a .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (2x - 1)(2y - 1) + 1$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 2 = 4$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $x * x = 2$.
- 5p** c) Determinați numărul întreg nenul m pentru care $m * \left(1 + \frac{1}{m}\right) = 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + 1 + \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{4x^2 + 1}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - \ln x}{x^2 + x + 4} = 2$.
- 5p** c) Demonstrați că funcția f este bijectivă.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(e^x + 2x^2)$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^4 \frac{f(x)}{e^x + 2x^2} dx = 8$.

- 5p** **b)** Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 2x^3) dx = 1$.
- 5p** **c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_1^2 \frac{1}{x} \cdot f(x^2) dx = \frac{e^4 - e}{2} + a$.