

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică *M_{șt-nat}*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

5p	1. Calculați termenul b_4 al progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = \sqrt{2}$ și $b_2 = 4$.
5p	2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 - 2x + 1$, unde m este număr real nenul. Determinați numărul real nenul m pentru care axa Ox este tangentă graficului funcției f .
5p	3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+2} - 3^x - 6 \cdot 3^{x-1} = 6$.
5p	4. Se consideră mulțimea A , a numerelor naturale de două cifre. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea A , numărul $2n - 60$ să aparțină mulțimii A .
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 4)$, $B(5, 2)$ și C , mijlocul segmentului AB . Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul C și este perpendiculară pe dreapta AB .
5p	6. Se consideră triunghiul isoscel ABC , cu măsura unghiului A egală cu 120° și $AB = 6$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $9\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $B(x) = xI_2 + iA$, unde x este număr real și $i^2 = -1$.
5p	a) Arătați că $\det A = 1$.
5p	b) Determinați numărul real x pentru care $B(3) \cdot B(5) = 8B(x)$.
5p	c) Determinați perechile (m, n) de numere întregi pentru care matricea $B(m) + iB(n)$ nu este inversabilă.
	2. Pe mulțimea $M = [1, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = xy - \sqrt{(x-1)(y-1)}$.
5p	a) Arătați că $2 * 5 = 8$.
5p	b) Arătați că $e = 1$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
5p	c) Demonstrați că $(nx) * y \geq x(n * y)$, pentru orice $x, y \in M$ și orice număr natural n , $n \geq 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4\sqrt{x}}{x^2 + 3}$.
5p	a) Arătați că $f'(x) = \frac{6(1-x^2)}{\sqrt{x}(x^2+3)^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
5p	b) Determinați $a \in (0, +\infty)$, știind că tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a, f(a))$ este paralelă cu axa Ox .
5p	c) Demonstrați că $\frac{\sqrt{x}}{x^2 + 3} > \frac{\sqrt{x + \frac{1}{x}}}{x^2 + \frac{1}{x^2} + 5}$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x + 2x}{e^x}$.

5p a) Arătați că $\int_0^1 e^x f(x) dx = e$.

5p b) Arătați că $\int_{-1}^0 f(x) dx = -1$.

5p c) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 F(x) f''(x) dx = \frac{a(e+1)}{e^2}$, unde $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este primitiva funcției f cu proprietatea $F(0) = 0$.