

**Examenul național de bacalaureat 2024**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{st-nat}$**

**Varianta 8**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $2 \cdot (1, 2 + 0, 1) + 0, 4 = 3$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 1$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(a) - f(2) = a$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_8(x^2 - 5x + 5) = \log_8 x$ .
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale impare, de două cifre distincte, se pot forma cu elementele mulțimii  $A = \{1, 3, 4, 6, 8\}$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0, 8)$ ,  $B(4, 2)$  și  $C$ , mijlocul segmentului  $OA$ . Determinați coordonatele mijlocului segmentului  $BC$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $AB = 8$  și  $C = \frac{\pi}{4}$ . Arătați că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu 32.

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} x-2 & x-2 \\ x-4 & x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(B(5)) = 12$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $(B(4) - B(2)) \cdot A = aA$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\det(A \cdot B(x) - 4xI_2) = 0$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = x(x - 2) + y(y - 2)$ .
- 5p** a) Arătați că  $3 \circ 3 = 6$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $2 \circ x = x^2 + 2$ .
- 5p** c) Arătați că  $x \circ y \geq -2$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} - 3$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{x\sqrt{x} + 1}{x^2}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 1$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că funcția  $f$  este bijectivă.
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_1^2 (x^2 + 1) f(x) dx = 6$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_2^3 f(x) dx = 2 \ln 2$ .

**5p** c) Determinați  $m \in (1, +\infty)$  pentru care  $\int_1^m \left( \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} \right)^3 dx = 6$ .