

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Variantă 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	Rația progresiei este $r = a_3 - a_2 = 4$ $a_1 = a_2 - r = 4$	3p 2p
2.	$f(m) = 3m - 2$, pentru orice număr real m $3m - 2 = m$, de unde obținem $m = 1$	2p 3p
3.	$9 - x^2 = 5$, de unde obținem $x^2 - 4 = 0$ $x = -2$ sau $x = 2$, care convin	2p 3p
4.	Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile Numerele n din mulțimea A pentru care $\sqrt{2n+1}$ aparține mulțimii A sunt 0 și 4, deci sunt 2 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	2p 3p
5.	$m_{AC} = \frac{1}{2}$ $m_{BC} = -2 \Rightarrow m_{AC} \cdot m_{BC} = -1$, deci triunghiul ABC este dreptunghic în C	2p 3p
6.	$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{4} = 2$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$B(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) =$ $= 3 + 4 = 7$	3p 2p
b)	$B(0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$, $B(0) \cdot B(1) = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & -9 \end{pmatrix}$ $B(2) - B(0) \cdot B(1) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} = 4A$	3p 2p
c)	$C(a) = \begin{pmatrix} 0 & a+1 \\ a-3 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(C(a)) = -(a-3)(a+1)$, pentru orice număr real a $\det(C(a)) = 0$, de unde obținem $a = -1$ sau $a = 3$	3p 2p
2.a)	$2 * 2 = 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 3 \cdot 2 + 6 =$ $= 4 - 4 - 6 + 6 = 0$	3p 2p
b)	$x * 6 = 4x - 12$, pentru orice număr real x $4x - 12 = x$, de unde obținem $x = 4$	3p 2p
c)	$2 * x = 2 - x$, $x * (2 * x) = -x^2 + 3x$, pentru orice număr real x $-x^2 + 3x \geq 2 \Leftrightarrow -x^2 + 3x - 2 \geq 0$, de unde obținem $x \in [1, 2]$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{2(x^2 + x + 4) - 2x(2x + 1)}{(x^2 + x + 4)^2} =$ $= \frac{8 - 2x^2}{(x^2 + x + 4)^2} = \frac{2(4 - x^2)}{(x^2 + x + 4)^2}, x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x^2 + x + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2} \right)} = 0$ Dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	3p 2p
c)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = -2$ sau $x = 2$; pentru orice $x \in (-\infty, -2]$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $(-\infty, -2]$; pentru orice $x \in [-2, 2]$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[-2, 2]$; pentru orice $x \in [2, +\infty)$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[2, +\infty)$ $x \in [4, +\infty) \Rightarrow 4 - x \in (-\infty, 0]$, deci $f(x) \leq f(4)$ și $f(4 - x) \geq f(-2)$ și, cum $f(-2) = -\frac{2}{3}$ și $f(4) = \frac{1}{3}$, obținem $f(x) - f(4 - x) \leq 1$, pentru orice $x \in [4, +\infty)$	2p 3p
2.a)	$\int_0^2 (x+1)f(x)dx = \int_0^2 (x+3)dx = \left(\frac{x^2}{2} + 3x \right) \Big _0^2 =$ $= 2 + 6 = 8$	3p 2p
b)	$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \frac{x+3}{x+1}dx = \int_0^1 \left(1 + \frac{2}{x+1} \right)dx = x \Big _0^1 + 2 \ln(x+1) \Big _0^1 =$ $= 1 + 2 \ln 2 - 2 \ln 1 = 1 + 2 \ln 2$	3p 2p
c)	$\int_1^2 (x^2 - 1)e^x f(x)dx = \int_1^2 (x^2 + 2x - 3)e^x dx = (x^2 - 3)e^x \Big _1^2 = e^2 + 2e$ $e(e + a) = e^2 + 2e$, de unde obținem $a = 2$	3p 2p