

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{st-nat}}$

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră numerele complexe $z_1 = 3 - i$ și $z_2 = 1 + i$. Arătați că $z_1 + iz_2 = 2$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5 - x$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = g(a + 1)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(4x - x^2) = 1$.
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale impare, de două cifre, cu cifra zecilor număr par, se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 3)$, $B(2, 0)$ și C . Știind că punctul B este mijlocul segmentului OC , determinați distanța dintre punctele A și C .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $B = \frac{\pi}{6}$ și mediana $AM = 4$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $8\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} x & 3x - 3 \\ 1 - x & 3x - 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(0)) = 3$.
- 5p** b) Determinați numărul real m pentru care $A(2) \cdot A(0) + A(5) = mI_2$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x) - A(0) \cdot A(1 - x)) = 3$.
2. Pe mulțimea $M = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y + 1 - \sqrt{xy + 1}$.
- 5p** a) Arătați că $1 \circ 8 = 7$.
- 5p** b) Determinați $x \in M$ pentru care $x \circ \frac{3}{x} = x$.
- 5p** c) Determinați numerele naturale nenule n pentru care $(n \circ (n + 2)) \circ (n + 4) > \frac{n^2}{2}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^3 + 2x^2)e^x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = x(x^2 + 5x + 4)e^x$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Arătați că $-\frac{32}{e^{x+4}} \leq x^2(x + 2) \leq \frac{1}{e^{x+1}}$, pentru orice $x \in [-4, 0]$.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - \frac{2}{x+1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 \left(f(x) + \frac{2}{x+1} \right) dx = 7$.

- 5p** b) Arătați că $\int_1^5 (3x^2 - f(x)) dx = 2 \ln 3$.
- 5p** c) Se consideră funcția $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(\sqrt{x} - 1)$. Arătați că $\int_1^4 (a + bg(x)) g'(x) dx = 4a$,
pentru orice numere reale a și b .