

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, în care $a_1 = 4$ și $a_2 = 15$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) + f(2) = 2a$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2 - 3x + 2) = \log_2(2 + x)$.
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale pare, de două cifre distincte, se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$, $B(8,4)$ și C , mijlocul segmentului OB . Arătați că $AO = AC$.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 4$ și $\cos B = \frac{2}{3}$. Arătați că $BC = 6$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A = \begin{pmatrix} -2 & 8 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 2$.
- 5p** b) Arătați că matricea $B = \frac{1}{2}(I_2 - A)$ este inversa matricei A .
- 5p** c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $(A - I_2) \cdot X = 2A$.
- 5p** 2. Pe mulțimea $M = [0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = x + y - \sqrt{xy}$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 4 = 3$.
- 5p** b) Determinați $x \in M$ pentru care $x * (9x) = x^2$.
- 5p** c) Determinați numărul real x pentru care $2^x * 2^{x+2} = 6^x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{x^2 + x + 2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{-3x^2 - x + 2}{(x^2 + x + 2)^2 \sqrt{x}}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Determinați $a \in (0, +\infty)$ pentru care tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a, f(a))$ este paralelă cu axa Ox .
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 3x + 3$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^2 (f(x) - 3x - 3) dx = 4$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 \frac{1}{(f(x) - x^3)^2} dx = \frac{1}{18}$.

5p c) Determinați numărul real m pentru care $\int_1^e \frac{f(x)-3}{x^2} \cdot \ln x \, dx = \frac{e^2+m}{4}$.