

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianța 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $2 \cdot (1,1 + 0,3) - 1,8 = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 4$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = a \cdot f(0)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2-x} = \sqrt{x^2+x-1}$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $n^3 > 10$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(2,0)$ și $C(8,2)$. Determinați distanța dintre punctul A și mijlocul segmentului BC .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $BC = 10$ și $\sin B = \frac{2}{5}$. Arătați că $AC = 4$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} 2+2x & x \\ -x & 2-2x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 1$.
- 5p** b) Arătați că $A(2) \cdot A(1) + 3A(-2) = 16I_2$.
- 5p** c) Determinați numărul întreg nenul m pentru care matricea $B(m) = \frac{1}{m} A(-m)$ este inversa matricei $A(m)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3X^2 - 3X + a$, unde a este număr real.
- 5p** a) Pentru $a = 1$, arătați că $f(-1) = 0$.
- 5p** b) Determinați numărul real a pentru care $3x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_1x_2x_3 = 3$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p** c) Pentru $a = 9$, determinați rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 8}{e^x}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x+2)(4-x)}{e^x}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $-4e^2 \leq f(x) \leq e^3$, pentru orice $x \in [-3, 4]$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x + \frac{2 \ln x}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_2^3 \left(f(x) - \frac{2 \ln x}{x} \right) dx = 15$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^e (f(x) - 6x) dx = 1$.

5p c) Determinați numărul real a pentru care $\int_1^{e^2} \left(\frac{f(x)}{x} + f'(x) \ln x \right) dx = af(e^2)$.