

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $(4, 9 - 3, 4) : 3 + 2, 5 = 3$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 21$. Determinați numărul real a pentru care punctul $A(-3a, a)$ aparține graficului funcției f .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7(1 + 2x - x^2) = \log_7(3 - x)$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu impar de 11.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 5)$, $B(2, 0)$ și $C(4, 2)$. Arătați că triunghiul ADC este isoscel, unde punctul D este mijlocul segmentului BC .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $\operatorname{tg} B = \frac{1}{3}$ și aria egală cu 24. Arătați că $AC = 4$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 2a+2 & -a \\ a-3 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 2$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $A(0) \cdot (6I_2 - A(2) - A(-2)) = xI_2$.
- 5p** c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(1) \cdot X \cdot A(1) = 4I_2$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - aX + 2 + a$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $f(1) = 3$, pentru orice număr real a .
- 5p** b) Determinați numărul real a pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $g = X + 2$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(2x^2 - 3x)$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = e^x(2x+3)(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{f(x) + x} = 2$.
- 5p** c) Determinați numerele reale a pentru care tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = a$, situat pe graficul funcției f , are panta egală cu 0.
2. Se consideră funcția $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2x^2 + 4x)\sqrt{x+1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^3 \frac{f(x)}{\sqrt{x+1}} dx = 36$.
- 5p** b) Arătați că $\int_3^8 \frac{x^2 + 2x}{f(x)} dx = 1$.

-
- 5p** c) Se consideră funcția $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{4\sqrt{x+1}}{f(x)}$. Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției g , axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=4$.