

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Variantă 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$iz_1 + z_2 = i(2 - 3i) + 1 - 2i = 2i - 3i^2 + 1 - 2i =$ $= 3 + 1 = 4$	2p 3p
2.	$f(a+2) = a+5$, $f(a) = a+3$, pentru orice număr real a $a+5 = a+a+3$, de unde obținem $a = 2$	2p 3p
3.	$2x = x^2 - x + 2$, de unde obținem $x^2 - 3x + 2 = 0$ $x = 1$ sau $x = 2$, care convin	2p 3p
4.	Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de o cifră sunt 4 numere n care verifică inegalitatea $3n^2 > 100$, deci sunt 4 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$	2p 3p
5.	Mijlocul segmentului AB este $M(7,1)$ $CM = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$	3p 2p
6.	$2R = \frac{AC}{\sin B} = \frac{9}{\sin B}$, unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC Cum $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, obținem $R = 3\sqrt{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1,2) = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1,2)) = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 =$ $= 9 - 8 = 1$	3p 2p
b)	$\det(A(x,y)) = \begin{vmatrix} x+y & xy \\ 4 & x+y \end{vmatrix} = (x+y)^2 - 4xy = (x-y)^2$, pentru orice numere reale x și y Cum $x \neq y$, obținem $\det(A(x,y)) \neq 0$, deci matricea $A(x,y)$ este inversabilă, pentru orice numere reale distincte x și y	3p 2p
c)	$A(x,2) = \begin{pmatrix} x+2 & 2x \\ 4 & x+2 \end{pmatrix}$, $A(x,2) \cdot A(x,2) = \begin{pmatrix} x^2+12x+4 & 4x^2+8x \\ 8x+16 & x^2+12x+4 \end{pmatrix}$, $4A(y,0) = \begin{pmatrix} 4y & 0 \\ 16 & 4y \end{pmatrix}$, pentru orice numere reale x și y $x = 0$ și $y = 1$	3p 2p
2.a)	$1 * 3 = 5 - \frac{1+3}{2} + 1 \cdot 3 =$ $= 5 - 2 + 3 = 6$	3p 2p
b)	$x * 5 = \frac{9x+5}{2}$, pentru orice număr real x $\frac{9x+5}{2} = 2x$, de unde obținem $x = -1$	3p 2p

c)	$(m-n) \cdot (m+n) = 5 - m + m^2 - n^2$, deci $m + n^2 = 5$	2p
	Cum m și n sunt numere naturale, obținem perechile $(1,2)$, $(4,1)$ și $(5,0)$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(2x+8)(x^2+2) - (x^2+8x-2) \cdot 2x}{(x^2+2)^2} =$	3p
	$= \frac{-8x^2+8x+16}{(x^2+2)^2} = \frac{8(x+1)(2-x)}{(x^2+2)^2}, x \in \mathbb{R}$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+8x-2}{x^2+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{8}{x} - \frac{2}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 + \frac{2}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{8}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 + \frac{2}{x^2}} = 1$	3p
	Dreapta de ecuație $y=1$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	2p
c)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1$ sau $x=2$; pentru orice $x \in [-4, -1]$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[-4, -1]$ și, pentru orice $x \in [-1, 0]$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[-1, 0]$	2p
	$x, y \in [-4, 0]$ și, cum $f(-4)=-1$, $f(-1)=-3$, $f(0)=-1$, obținem $-3 \leq f(x) \leq -1$ și $-3 \leq f(y) \leq -1$, deci $-2 \leq f(x) - f(y) \leq 2$, pentru orice $x, y \in [-4, 0]$	3p
2.a)	$\int_1^2 (f(x) - \ln x) dx = \int_1^2 (5x^2 - 3) dx = \frac{5x^3}{3} \Big _1^2 - 3x \Big _1^2 =$	3p
	$= \frac{35}{3} - 3 = \frac{26}{3}$	2p
b)	$\int_1^e \frac{1}{x} \cdot (f(x) - 5x^2 + 3) dx = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^e \ln x \cdot (\ln x)' dx = \frac{\ln^2 x}{2} \Big _1^e =$	3p
	$= \frac{\ln^2 e}{2} - \frac{\ln^2 1}{2} = \frac{1}{2}$	2p
c)	$g(x) = \frac{5x^2 + \ln x}{\sqrt{x}}, x \in (0, +\infty), \text{ deci } \mathcal{A} = \int_1^4 g(x) dx = \int_1^4 (5x\sqrt{x} + (2\sqrt{x})' \cdot \ln x) dx =$	2p
	$= 2x^2\sqrt{x} \Big _1^4 + 2\sqrt{x} \ln x \Big _1^4 - 4\sqrt{x} \Big _1^4 = 58 + 8\ln 2, \text{ deci } 58 + m \ln 2 = 58 + 8\ln 2, \text{ de unde obținem } m=8$	3p