

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră numerele complexe $z_1 = 4 - 3i$ și $z_2 = 1 - 2i$. Arătați că $z_1 + 3iz_2 = 10$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - x$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x + 1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 3a + g(3)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4(x^2 + 4) = \log_4 x + \log_4 5$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 4.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,8)$, $B(0,4)$ și $C(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b , știind că segmentele OA și BC au același mijloc.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $C = \frac{\pi}{6}$. Raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu 4. Arătați că $AB = 4$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} x-1 & 1 \\ 1-x & x-5 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(6)) = 10$.
- 5p** b) Determinați numărul real a pentru care $A(3) \cdot A(3) = aI_2$.
- 5p** c) Demonstrați că numărul $N = \det(A(m) \cdot A(2) - A(m-1))$ este natural, pentru orice număr întreg m .
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + aX^2 - 2X + 2$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $f(0) = 2$, pentru orice număr real a .
- 5p** b) Determinați numărul real a pentru care $x_1 x_2 x_3 (1 + x_1 + x_2 + x_3) = 4$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p** c) Știind că polinomul f este divizibil cu polinomul $X + 1$, determinați restul împărțirii lui f la polinomul $X^2 - 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 + x - 1)$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = e^x(x^2 + 3x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + f(x)}{f'(x)} = \frac{1}{3}$.
- 5p** c) Demonstrați că $e^{x+3}(x^2 + x - 1) \leq 5$, pentru orice $x \in (-\infty, 0]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \sqrt{2x^2 + 1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_3^5 (f(x) - \sqrt{2x^2 + 1}) dx = 8$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^2 \frac{x}{(f(x) - x)^2} dx = \frac{\ln 3}{4}$.

-
- 5p** | c) Determinați numărul real a pentru care volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$ în jurul axei Ox este egal cu $\frac{a\pi}{3}$.