

**Examenul național de bacalaureat 2022**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Variantă 7**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

|           |                                                                                                                                                                                                                |                        |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| <b>1.</b> | $1 + 6 \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = 1 + 6 \cdot \frac{5}{6} =$<br>$= 1 + 5 = 6$                                                                                                            | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>2.</b> | $f(3) = 1$<br>$f(2) = 0$ , de unde obținem $f(3) - f(2) = 1 - 0 = 1$                                                                                                                                           | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>3.</b> | $3x + 1 = 4$<br>$x = 1$ , care convine                                                                                                                                                                         | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>4.</b> | Mulțimea $A$ are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile<br>Numerele $n$ din mulțimea $A$ pentru care numărul $10 - n$ este par sunt 2, 4, 6 și 8, de unde obținem 4 cazuri favorabile, deci $p = \frac{4}{9}$ | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>5.</b> | Pentru orice număr real $a$ , $AB = \sqrt{(a-a)^2 + (6-0)^2} =$<br>$= \sqrt{6^2} = 6$                                                                                                                          | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>6.</b> | $AC = 10$<br>$\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{5 \cdot 10}{2} = 25$                                                                                                                 | <b>2p</b><br><b>3p</b> |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                        |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| <b>1.a)</b> | $\det A = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 7 \cdot 1 - 3 \cdot 3 =$<br>$= 7 - 9 = -2$                                                                                                                                                                                                | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>b)</b>   | $A - 4I_2 = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} =$<br>$= 3 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = 3B$                                                                             | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>c)</b>   | $X \cdot (I_2 + B) = A$ și, cum $I_2 + B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ și $\det(I_2 + B) \neq 0$ , obținem $X = A \cdot (I_2 + B)^{-1}$<br>$(I_2 + B)^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ , de unde obținem $X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>2.a)</b> | $2 * 3 = 2 \cdot 3(2 + 3 - 4) =$<br>$= 6 \cdot 1 = 6$                                                                                                                                                                                                                                              | <b>3p</b><br><b>2p</b> |

|           |                                                                                                                         |           |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>b)</b> | $1 * x = x^2 - 3x$ , pentru orice număr real $x$                                                                        | <b>2p</b> |
|           | $x^2 - 3x - 4 = 0$ , de unde obținem $x = -1$ sau $x = 4$                                                               | <b>3p</b> |
| <b>c)</b> | $2^x * 2^x = 2^{2x} (2^x + 2^x - 4)$ , pentru orice număr real $x$                                                      | <b>2p</b> |
|           | $2^{2x} (2^x + 2^x - 4) = 2^{3x} \Leftrightarrow 2^x + 2^x - 4 = 2^x \Leftrightarrow 2^x = 4$ , de unde obținem $x = 2$ | <b>3p</b> |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |           |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1.a)</b> | $f'(x) = 3x^2 - 9 \cdot 2x =$                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>3p</b> |
|             | $= 3x^2 - 18x = 3x(x - 6), x \in \mathbb{R}$                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>2p</b> |
| <b>b)</b>   | $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ sau $x = 6$                                                                                                                                                                                                                                                               | <b>2p</b> |
|             | Pentru orice $x \in (-\infty, 0]$ , $f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty, 0]$ , pentru orice $x \in [0, 6]$ , $f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[0, 6]$ și pentru orice $x \in [6, +\infty)$ , $f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[6, +\infty)$ | <b>3p</b> |
| <b>c)</b>   | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{3f(x) - xf'(x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x^2 - 6x + 5)}{9(1 - x^2)} =$                                                                                                                                                                             | <b>2p</b> |
|             | $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)(x-5)}{-9(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-5}{-3(x+1)} = \frac{2}{3}$                                                                                                                                                                                  | <b>3p</b> |
| <b>2.a)</b> | $\int_0^2 \frac{f(x)}{e^x} dx = \int_0^2 (x-1) dx = \left( \frac{x^2}{2} - x \right) \Big _0^2 =$                                                                                                                                                                                                       | <b>3p</b> |
|             | $= 2 - 2 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>2p</b> |
| <b>b)</b>   | $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x-1)e^x dx = (x-1)e^x \Big _0^1 - e^x \Big _0^1 =$                                                                                                                                                                                                                        | <b>3p</b> |
|             | $= 1 - (e-1) = 2 - e$                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <b>2p</b> |
| <b>c)</b>   | $\int_2^n \frac{x}{f(x) \cdot f(-x)} dx = \int_2^n \frac{x}{1-x^2} dx = -\frac{1}{2} \int_2^n \frac{(x^2-1)'}{x^2-1} dx = -\frac{1}{2} \ln x^2-1  \Big _2^n = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{n^2-1}$                                                                                                          | <b>3p</b> |
|             | $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{n^2-1} = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{8}$ și, cum $n$ este număr natural, $n > 2$ , obținem $n = 3$                                                                                                                                                                               | <b>2p</b> |