

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $(\sqrt{8} + 1) \cdot (2\sqrt{2} - 1) - \sqrt{36} = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 5 + 2x$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor f și g .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 6x} = x$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, numărul $4 \cdot n$ să fie element al mulțimii A .
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 1)$, $B(3, 4)$ și C , astfel încât punctul A este mijlocul segmentului BC . Arătați că triunghiul AOC este dreptunghic isoscel.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC în care $\sin 30^\circ \cdot \sin A = \cos 60^\circ \cdot \cos A$. Calculați $\operatorname{tg} A$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(a) = \begin{pmatrix} 0 & a-2 \\ 1 & 3a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 3$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot A + A = 2B(x)$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\det(B(a) \cdot A + B(3a)) = 4$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (xy + 1)(x + y)$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 2 = 9$.
- 5p** b) Arătați că $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** c) Determinați numerele naturale nenule n pentru care numărul $N = n * \frac{1}{n}$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x - \frac{x^2}{2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = x(e^x - 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x^2} = 0$.
- 5p** c) Arătați că $f(x) \leq f(x^2)$, pentru orice $x \in (-\infty, 0]$.
2. Se consideră funcția $f: (-4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4x}{x+4}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 (x+4)f(x) dx = 6$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^4 \frac{1}{x} \cdot f(x^2) dx = 4 \ln 2$.
- 5p** c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă.