

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

5p	1. Calculați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_3 = 6$ și $a_4 = 9$.
5p	2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 3$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x - 3$. Determinați numerele reale a pentru care $f(a) = g(a)$.
5p	3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x+3) = 2$.
5p	4. În urma unei scumpiri cu 30%, prețul unui produs a crescut cu 60 de lei. Determinați prețul produsului după scumpire.
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,1)$, $B(2,3)$ și dreapta d de ecuație $y = 2x + a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că mijlocul segmentului AB aparține dreptei d .
5p	6. Se consideră triunghiul ABC , cu $AB = AC$, $BC = 12$ și măsura unghiului B egală cu 45° . Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 36.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & x \\ 1 & 2x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	a) Arătați că $\det(A(0)) = 0$.
5p	b) Determinați numărul real a pentru care $2A(4) + A(-2) = aA(2)$.
5p	c) Arătați că, dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X \cdot A(1) = A(m)$, unde m este număr întreg, atunci matricea X are toate elementele numere întregi.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (x+y)(x-1)(y-1) + 1$.
5p	a) Arătați că $2 * 1 = 1$.
5p	b) Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
5p	c) Determinați numerele naturale n pentru care $n * (1-n) \geq n^2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+3}{x^2} + \ln x$.
5p	a) Arătați că $f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^3}$, $x \in (0, +\infty)$.
5p	b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
5p	c) Demonstrați că $\ln \frac{x}{3} \geq \frac{2}{3} - \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
	2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{e^x}{2} + 1$.
5p	a) Arătați că $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{e^x}{2} \right) dx = 4$.

5p | **b)** Arătați că $\int_0^1 2x(f(x)-1)dx = \frac{5}{3}$.

5p | **c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_{-1}^0 (f(x)-x) \cdot f(x)dx = \frac{(3e+1)(3e+a)}{8e^2}$.