

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $4 \cdot \left(1 - \frac{4}{5}\right) + \frac{1}{5} = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$. Arătați că $f(0) \cdot f(1) = 10$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x-3} = 3^x$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să verifice inegalitatea $n^2 \leq 23$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 3)$ și $B(4, 0)$. Arătați că perimetrul triunghiului OAB este egal cu 12.
- 5p 6. Arătați că $(1 + 2\cos 60^\circ) \cdot \sin 30^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & 0 \\ -1 & x-2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = 3$.
- 5p b) Arătați că $B(8) - 3B(2) = 2A$.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot B(x) = B(x)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 - 2X + m$, unde m este număr real.
- 5p a) Pentru $m = 3$, arătați că $f(1) = 0$.
- 5p b) Determinați numărul real m pentru care $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 + x_1x_2x_3 = 1$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Determinați numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $X + 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{3(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 1) dx = \frac{2}{3}$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^2 \frac{4x}{f(x)} dx = 2 \ln 3$.
- 5p c) Determinați numărul natural n , știind că $\int_1^e f\left(\frac{1}{x}\right) \cdot \ln x dx = f(n) - \frac{4}{e}$.