

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 10$ și $a_2 = 20$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 4$. Arătați că $f(0) + f(1) = 10$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x - 4) = \log_2 4$.
- 5p** 4. Un produs costă 80 de lei. Determinați prețul produsului după o ieftinire cu 20%.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0, 2)$ și $N(3, 6)$. Arătați că distanța dintre punctele M și N este egală cu 5.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , cu $AB = 4$ și măsura unghiului C egală cu 45° . Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 8.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a & a+3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(2)) = 9$.
- 5p** b) Arătați că $A(a) + A(-a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a .
- 5p** c) Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a) \cdot A(-1) - aI_2) = 0$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 3X^2 + mX - 4$, unde m este număr real.
- 5p** a) Arătați că $f(0) = -4$, pentru orice număr real m .
- 5p** b) Determinați numărul real m , știind că -1 este rădăcină a polinomului f .
- 5p** c) Determinați numerele naturale m pentru care $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 4 + \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{(2x-1)(x-1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $f(x) \leq \frac{11}{4} - \ln 2$, pentru orice $x \in (0, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: \left(-\frac{3}{2}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + \frac{6}{2x+3}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{6}{2x+3}\right) dx = e(e^2 - 1)$.
- 5p** b) Arătați că $\int_{-1}^0 (f(x) - e^x) dx = 3 \ln 3$.
- 5p** c) Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g: \left(-\frac{3}{2}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = (2x^2 + 3x)f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$ are aria egală cu $2(e+1)$.