

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $1,5 + 3 \cdot (1 - 0,5) = 3$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5 - x$. Arătați că $f(0) - f(1) = 1$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x - 8} = 1$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, acesta să verifice inegalitatea $2n \geq 9$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,0)$, $B(1,2)$ și $C(4,1)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , cu aria egală cu 50 și $AC = 5$. Arătați că lungimea laturii AB este egală cu 20.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -x & 2-x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 2$.
- 5p** b) Arătați că $3A(2) + A(6) = 4A(3)$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $A(x) \cdot A(x) = 2A(x)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy + 2x - y - 1$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 1 = 1$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $x * 2 = x$.
- 5p** c) Arătați că $(1 - x) * x \leq 2$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \frac{2}{e^x} - 1$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{2(e^x - 1)}{e^x}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Determinați numerele reale m și n , știind că dreapta d de ecuație $y = mx + n$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 + 3x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - 3x) dx = 15$.
- 5p** b) Arătați că $\int_2^5 \frac{1}{f(x) - 4x^3 + 3} dx = \frac{1}{3} \ln 2$.
- 5p** c) Demonstrați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x^3 + f(x)}{x}$ este egal cu $2\pi f(3)$.