

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{4}{3} = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 8$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x-2} = 1$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 2.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 4)$ și $B(6, 8)$. Arătați că $OA = AB$.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 12$, $AC = 8$ și punctul M mijlocul laturii AB . Arătați că $CM = 10$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} x-1 & 2 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(2)) = 0$.
- 5p** b) Arătați că $A(3) + 2I_2 = A(5)$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x) + xI_2) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2x + 2y - 1$.
- 5p** a) Arătați că $2 \circ 1 = 5$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $x \circ (x+1) = 5$.
- 5p** c) Arătați că $x \circ x \leq 4x^2$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2 \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x-2}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$ situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $\ln\left(\frac{x}{2}\right) \leq \frac{x-2}{2}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^3 \frac{1}{f(x)} dx = 12$.
- 5p** b) Arătați că $\int_2^3 2xf(x) dx = \ln 2$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\int_1^2 \frac{e^x}{f(x)} dx = e(ae - a + 1)$.