

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $(0,3+0,4) \cdot 10 + 2 \cdot 0,5 = 8$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Arătați că $f(1) + f(2) = 4$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x+1) = \log_5 5$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$, acesta să fie divizibil cu 3.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$, $B(m,2)$ și $C(5,3)$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , știind că punctul B este mijlocul segmentului AC .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $BC = 20$ și $AC = 16$. Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 48.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} 2x+1 & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 2$.
- 5p** b) Arătați că $A(1) + A(5) = 2A(3)$.
- 5p** c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X \cdot A(1) = A(3)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + mX^2 + 2X - 5$, unde m este număr real.
- 5p** a) Arătați că $f(0) = -5$, pentru orice număr real m .
- 5p** b) Determinați numărul real m , știind că 1 este rădăcină a polinomului f .
- 5p** c) Determinați numărul natural m pentru care $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x+1)$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx = e - 1$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = e$.
- 5p** c) Determinați numărul real a , $a > 1$, pentru care $\int_1^a \frac{2xf(x^2)}{x^2+1} dx = e(e^3 - 1)$.