

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\frac{12}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = 2$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 6$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4x+1} = 3$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$, acesta să fie divizibil cu 20.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 0)$, $B(8, 8)$ și $C(11, 4)$. Arătați că $AB = 2BC$.
- 5p** 6. Arătați că $1 + \sin 30^\circ = 2 \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} x & x-1 \\ -2x & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 2$.
- 5p** b) Arătați că $A(2) + A(0) = 2A(1)$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x) + xI_2) = 2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2(x + y) - xy - 4$.
- 5p** a) Arătați că $1 \circ 3 = 1$.
- 5p** b) Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă.
- 5p** c) Determinați numerele naturale n pentru care $n \circ n \geq n - 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x-1}{x^2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{2(1-x)}{x^3}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 (x^2+x+1) f(x) dx = 2$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = \ln 3$.
- 5p** c) Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = e^x (x^2+x+1) f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$ are aria egală cu $e+1$.