

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică M_tehnologic
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\left(0,2 + \frac{3}{10}\right) \cdot 10 = (0,2 + 0,3) \cdot 10 =$ $= 0,5 \cdot 10 = 5$	3p 2p
2.	$f(a) = 2a + 3$ $2a + 3 = 7$, de unde obținem $a = 2$	2p 3p
3.	$x^2 + 2x + 4 = 4 \Rightarrow x(x + 2) = 0$ $x = 0$ sau $x = -2$, care convin	3p 2p
4.	$x + \frac{50}{100} \cdot x = 225$, unde x este prețul inițial al obiectului $x = 150$ de lei	3p 2p
5.	$AB = 5$ $BC = 5$, deci triunghiul ABC este isoscel	2p 3p
6.	$AC = 4$ $\operatorname{tg} B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 4 \cdot 1 - 0 \cdot 0 =$ $= 4 - 0 = 4$	3p 2p
b)	$A(3) + 2A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} =$ $= 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = 3A(2)$	3p 2p
c)	$A(x) \cdot A(x^2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{x^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{x+x^2} \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{x+x^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 2^{x+x^2} = 1$, de unde obținem $x = 0$ sau $x = -1$	2p 3p
2.a)	$2 \circ 3 = 2 \cdot 3 - 2 - 3 + 2 =$ $= 6 - 2 - 3 + 2 = 3$	3p 2p
b)	$x \circ 4 = x \cdot 4 - x - 4 + 2 = 3x - 2$, pentru orice număr real x $3x - 2 = x + 6$, de unde obținem $x = 4$	3p 2p

c)	$(x-2) \circ (x+2) = x^2 - 2x - 2 =$	2p
	$= (x-1)^2 - 3 \geq -3$, pentru orice număr real x	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{e^x(x^2-3) - e^x \cdot 2x}{(x^2-3)^2} =$	3p
	$= \frac{e^x(x^2-2x-3)}{(x^2-3)^2}, x \in (2, +\infty)$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xf(x)}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \cdot \frac{e^x}{x^2-3}}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2 \left(1 - \frac{3}{x^2}\right)} =$	3p
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x \left(1 - \frac{3}{x^2}\right)} = 0$	2p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3; f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (2, 3] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(2, 3]$; $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [3, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[3, +\infty)$	3p
	$f(3) = \frac{e^3}{6}$, deci $f(x) \geq \frac{e^3}{6}$, pentru orice $x \in (2, +\infty)$, de unde obținem $\frac{e^{x-3}}{x^2-3} \geq \frac{1}{6}$, pentru orice $x \in (2, +\infty)$	2p
2.a)	$\int_2^4 (f(x) - \ln x) dx = \int_2^4 (x + \ln x - \ln x) dx = \int_2^4 x dx = \frac{x^2}{2} \Big _2^4 =$	3p
	$= \frac{16}{2} - \frac{4}{2} = 6$	2p
b)	$\int_1^e \frac{f(x) - x}{x} dx = \int_1^e \frac{x + \ln x - x}{x} dx = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^e \ln x \cdot (\ln x)' dx = \frac{(\ln x)^2}{2} \Big _1^e =$	3p
	$= \frac{(\ln e)^2}{2} - \frac{(\ln 1)^2}{2} = \frac{1}{2}$	2p
c)	$\int_1^n f(x) dx = \int_1^n (x + \ln x) dx = \int_1^n (x + x' \ln x) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \ln x - x \right) \Big _1^n = \frac{n^2 - 2n + 1}{2} + n \ln n$, pentru orice număr natural nenul n	3p
	$\frac{(n-1)^2}{2} + n \ln n = 2 + 3 \ln n \Leftrightarrow (n-3)(n+1+2 \ln n) = 0$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n = 3$	2p