

**SIMULARE JUDEȚEANĂ**  
**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI aVIII-a**  
**Anul școlar 2022-2023**

**Probă scrisă**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

**Varianta 1**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30depuncte)**

|    |    |    |
|----|----|----|
| 1. | b) | 5p |
| 2. | a) | 5p |
| 3. | c) | 5p |
| 4. | d) | 5p |
| 5. | b) | 5p |
| 6. | a) | 5p |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 depuncte)**

|    |    |    |
|----|----|----|
| 1. | a) | 5p |
| 2. | a) | 5p |
| 3. | c) | 5p |
| 4. | d) | 5p |
| 5. | a) | 5p |
| 6. | c) | 5p |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

|    |                                                                                                                                              |                |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 1. | a) Dacă m și v reprezintă vârsta actuală a lui Matei, respectiv a lui Vlad, atunci avem relațiile $m+v = 21$ , $m = 21 - v$ , $2(m-3) = v-3$ | 1p             |
|    | $2(21-v-3) = v-3$ , obținem $v = 13$ , adică Vlad are 13 ani și nu 8 ani.                                                                    | 1p             |
|    | b) Matei are $21-13 = 8$ ani<br>Peste $x$ ani: $8+x = \frac{2}{3}(13+x)$<br>$x = 2$ ani                                                      | 1p<br>1p<br>1p |
| 2. | a) $E(x) = 4x^2 + 4x + 1 - x^2 + 2x - 1 + x^2 - 4 - 3x^2 + 14$<br>$E(x) = x^2 + 6x + 10$                                                     | 1p<br>1p       |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                              |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
|    | <p><b>b)</b> <math>x^2+6x+9+1=(x+3)^2+1</math><br/> <math>(x+3)^2 \geq 0</math>, oricare ar fi <math>x \in \mathbb{R}</math><br/> <math>(x+3)^2+1 &gt; 0</math>, oricare ar fi <math>x \in \mathbb{R}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <p>1p<br/>1p<br/>1p</p>                      |
| 3. | <p><b>a)</b> <math>a = -\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} - (-2)</math><br/> <math>a=1</math></p> <p><b>b)</b> <math>b = \left(\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) \cdot \sqrt{6} - \left(\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{3}</math><br/> <math>b=3</math><br/> <math>x=2</math> și 2 este număr natural</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <p>1p<br/>1p<br/>1p<br/>1p</p>               |
| 4. | <p><b>a)</b> Deoarece <math>\triangle APM</math> este dreptunghic <math>AM=4</math> cm și <math>\angle A = 60^\circ</math>, rezultă <math>AP=2</math> cm și <math>CP=6</math> cm<br/> Din <math>AM \parallel CD</math> rezultă <math>\triangle MPA \sim \triangle DPC</math> de unde rezultă <math>CD=12</math> cm</p> <p><b>b)</b> Deoarece <math>CM</math> înălțime în triunghi echilateral, rezultă <math>CM=4\sqrt{3}</math> cm<br/> <math>AMCD</math> trapez dreptunghic și <math>Aria_{AMCD} = \frac{(CD+AM) \cdot CM}{2} = \frac{(4+12) \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 32\sqrt{3} cm^2</math><br/> <math>Aria_{\triangle ABC} = 16\sqrt{3} cm^2</math>, de unde rezultă <math>Aria_{AMCD} = 2 \cdot Aria_{\triangle ABC}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <p>1p<br/>1p<br/>1p<br/>1p</p>               |
| 5. | <p><b>a)</b> <math>A_{ABCD} = \frac{(AB+CD) \cdot AD}{2} = \frac{(12+6) \cdot 6\sqrt{2}}{2}</math><br/> <math>A_{ABCD} = 18 \cdot 3\sqrt{2} = 54\sqrt{2} cm^2</math></p> <p><b>b)</b> Cum <math>AB \parallel CD \Rightarrow \frac{DO}{BO} = \frac{CD}{AB} = \frac{1}{2}</math>, iar <math>\frac{DF}{AF} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DO}{BO} = \frac{DF}{AF}</math>, așadar <math>FO \parallel AB \parallel CD</math><br/> Cum <math>FO \parallel AB \Rightarrow FO \perp AD</math>, așadar <math>\angle OFC = 90^\circ - \angle CFD</math> și <math>\angle OFB = 90^\circ - \angle AFB</math><br/> <math>\frac{DF}{AF} = \frac{DC}{AB}</math> și <math>\angle FDC = \angle FAB \Rightarrow \triangle FDC \sim \triangle FAB \Rightarrow \angle DFC \equiv \angle AFB \Rightarrow \angle OFC \equiv \angle OFB</math>,<br/> <math>\Rightarrow FO</math> este bisectoare a unghiului CFB</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <p>1p<br/>1p<br/>1p<br/>1p</p>               |
| 6. | <p><b>a)</b> Deoarece <math>ABCD</math> pătrat obținem <math>AC = 12\sqrt{2}</math> cm, iar <math>AO = 6\sqrt{2}</math> cm.<br/> Aplicăm teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic <math>VOA</math> și obținem <math>VO = 6</math> cm.</p> <p><b>b)</b> Deoarece triunghiul <math>VAC</math> isoscel, iar <math>O</math> este mijlocul segmentului <math>AC</math> rezultă <math>VO \perp AC</math>.<br/> Din <math>AC \perp BD</math>, iar <math>BD, VO \subset (VBD)</math>, obținem că <math>AC \perp (VBD)</math>.<br/> Cum <math>VB \subset (VBD)</math>, rezultă <math>AC \perp VB</math>.<br/> Deoarece <math>MN</math> linie mijlocie în <math>\triangle BAC</math>, rezultă că <math>MN \parallel AC</math>, deci <math>MN \perp VB</math>.<br/> Notăm cu <math>\{F\} = MN \cap BD</math> și deoarece <math>MN</math> linie mijlocie în <math>\triangle BAC</math> rezultă <math>F</math> mijlocul lui <math>OB</math>.<br/> Deoarece <math>\frac{BE}{BO} = \frac{\sqrt{6}}{6}</math>, <math>\frac{BF}{BV} = \frac{\sqrt{6}}{6}</math> și <math>\angle FBE \equiv \angle VBO</math>, rezultă <math>\triangle FBE \sim \triangle VBO</math>, deci <math>\angle FEB = 90^\circ</math>.<br/> Obținem că <math>FE \perp VB</math>; cum <math>MN \perp VB</math>, iar <math>MN, FE \subset (MEN)</math>, rezultă <math>VB \perp (MEN)</math>.</p> | <p>1p<br/>1p<br/>1p<br/>1p<br/>1p<br/>1p</p> |