

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE - SIMULARE 1**Nr. 1****SUBIECTUL I****(30 de puncte)**

1.	b)	5p
2.	d)	5p
3.	a)	5p
4.	d)	5p
5.	d)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea**(30 de puncte)**

1.	c)	5p
2.	a)	5p
3.	b)	5p
4.	b)	5p
5.	d)	5p
6.	d)	5p

SUBIECTUL al III-lea**(30 de puncte)**

1)	a)	$79 = 27 \cdot 2 + 25$	1p
		Cum $25 \neq 7$, deducem că nu este posibil ca veverița să aibă 79 de alune	1p
	b)	$n = 9 \cdot c_1 + 7, n = 9 \cdot c_2 + 7, n = 9 \cdot c_3 + 7$, unde n este numărul alunelor din scorbură și c_1, c_2, c_3 sunt numere naturale.	1p
		Cel mai mic multiplu comun al numerelor 9, 18 și 27 este 54, deci $n - 7$ este multiplu de 54, n minim de trei cifre $\Rightarrow n = 115$	1p
		115 este divizibil cu 23, deci veverița poate mânca câte 23 alune pe zi, fără a-i rămâne vreun rest.	1p
2)	a)	$E(x) = (x + 2)^2$	2p
	b)	$E(x) - 3x > 0 \Rightarrow x^2 + x + 4 > 0$	1p

		$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0; \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbf{R}, \text{ deci } E(x) > 3x, \text{ pentru orice } x \text{ real}$	2p
3)	a)	$a = 3\sqrt{3}(3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) = 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 9$	1p
		$\sqrt{72} < \sqrt{81} < \sqrt{108}, \text{ deci } a \in (6\sqrt{2}; 6\sqrt{3})$	1p
	b)	$b = \frac{3}{5\sqrt{2}} \cdot 15\sqrt{2} + \frac{5}{3\sqrt{2}} \cdot 15\sqrt{2} - 30 = 9 + 25 - 30 = 4$	2p
		$\sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$	1p
4)	a)	$AC = 36 - (10 + 16) = 10 \text{ cm} \Rightarrow AB = AC, \text{ deci } \triangle ABC \text{ este isoscel}$	2p
	b)	$AM \perp BC \text{ și triunghiul este isoscel} \Rightarrow AM \text{ este și mediană} \Rightarrow AM^2 = AB^2 - BM^2$ $\Rightarrow AM = 6 \text{ cm}$	1p
		În $\triangle AMD$ dreptunghic, avem: $MD^2 = AD^2 - AM^2 \Rightarrow MD = 10 \text{ cm}$	1p
		$CD = MD - MC = 10 - 8 = 2 \text{ cm}$	1p
5)	a)	$ABCD \text{ paralelogram} \Rightarrow AO = CO = AC : 2 = 3 \text{ cm}$	1p
		$AE = AO - EO = 3 - 1 = 2 \text{ cm}$	1p
	b)	În $\triangle AOB$, AO este mediană și $AE = \frac{2}{3} \cdot AO \Rightarrow E$ este centru de greutate al triunghiului $\Rightarrow EF = \frac{DE}{2}$	1p
		În $\triangle AOD, DE \perp AO \xrightarrow{T. \text{ înălțimii}} DE^2 = AE \cdot EO \Rightarrow DE = \sqrt{2} \text{ cm} \Rightarrow EF = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$	1p
		$\triangle AEF \xrightarrow{T. \text{ Pitagora}} AF^2 = AE^2 + EF^2 \Rightarrow AF = \sqrt{\frac{18}{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$	1p
6)	a)	$ABCD \text{ pătrat} \Rightarrow O \text{ este mijloc } AC \text{ și, cum, } E \text{ mijloc } SA \Rightarrow OE \text{ este linie mijlocie}$ în triunghiul $SAC \Rightarrow OE \parallel SC$	1p
		$OE \parallel SC, SC \subset (SBC) \text{ și } OE \not\subset (SBC) \Rightarrow OE \parallel (SBC)$	1p
	b)	$\sphericalangle(EF, (ABC)) = \sphericalangle(EF, pr_{(ABC)}EF) = \sphericalangle(EF, QF) = \sphericalangle EFQ, \text{ unde}$ $\{Q\} = pr_{(ABC)}E$	1p

		S, E, A coliniare $\Rightarrow$ proiecțiile lor pe (ABC) sunt coliniare $\Rightarrow Q \in (OA)$; E mijloc SA implică Q mijloc OA și FQ linie mijlocie $\Rightarrow FQ \parallel BO, EF \parallel SB \Rightarrow \sphericalangle EFQ = \sphericalangle SBO$;	1p
		$BO = \frac{BD}{2} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2} \Rightarrow \cos(\sphericalangle SBO) = \frac{BO}{SB} = \frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$	1p